PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE BALEARES

SEPTIEMBRE - 2004

MATEMÁTICAS II — Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Contesta de manera clara y razonada una de las dos opciones propuestas. Cada cuestión se puntúa sobre 10 puntos. La calificación final se obtiene de dividir el total entre 4.

OPCIÓN A

1º) Determinar el punto de inflexión de abscisa positiva de la curva $y = \frac{1}{1+x^2}$. Calcular la ecuación de la recta tangente a la curva en este punto. ¿Cuál es la posición de la curva respecto de la recta tangente?

2º) Decir para que valores de k el siguiente sistema es compatible determinado. ¿Cómo es el sistema para k = 2?

$$\left.\begin{array}{l}(1-k)x+(2k+1)y+(2k+2)z=k \\ kx+ky=2k+2 \\ 2x+(k+1)y+(k-1)z=9-2k+k^2\end{array}\right\}$$

3º) Enunciar el Teorema de Bolzano. Dar un ejemplo que demuestre que el Teorema de Bolzano requiere que la función sea continua en el intervalo $[a,\ b]$.

4º) Dadas las rectas $r \equiv \frac{x-a}{-2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{2}$ y $s \equiv \begin{cases} x+y-z=0 \\ 2x+z=1 \end{cases}$, calcular el valor de a de tal manera que las rectas se corten. Determinar el punto de corte.

****

OPCIÓN B

1º) Se considera la función $f(x) = x(x-a)(x-b)(x-c)$, con $0 < a < b < c$. Demostrar que la ecuación $f(0) = 0$ tiene tres raíces reales.

2º) Calcular los puntos de la recta $r \equiv \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{2}$ que equidistan de los siguientes planos: $\pi \equiv 3x + 4y = 1$ y $\pi' \equiv 4x - 3z = 1$.

3º) Hacer un dibujo del recinto limitado por las curvas $y = x^{100}$ e $y = x^{101}$. Calcular el área de este recinto.

4º) Determinar todas las matrices A, tales que $A \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot A$. De estas matrices, determinar las que tienen la suma de todos sus elementos igual a cero.

****